

Elektrotechnik – 4. Magnetismus II

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

4. Magnetismus

1. Magnetisches Feld
2. Kräfte im magnetischen Feld
3. Magnetische Feldgrößen und Durchflutungsgesetz
4. Materie im Magnetfeld
5. Der magnetische Kreis
6. Kraft am Luftspalt

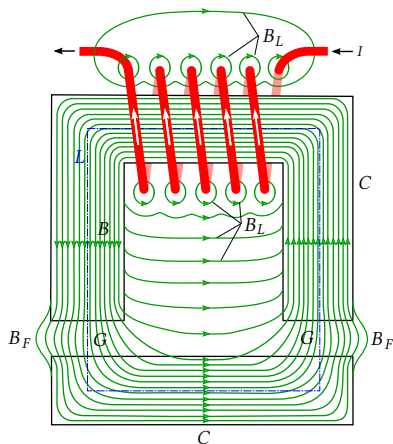
Der magnetische Kreis

Definition: geschlossener Pfad aus ferromagnetischem Material, durch den magnetischer Fluss geführt wird.

Relevant in vielen Anwendungen:

- Elektromotoren, Generatoren
- Transformatoren
- Induktives Laden
- Sensoren, Aktuatoren, Relais

Problem: Wie dimensioniert man diese Systeme effizient?



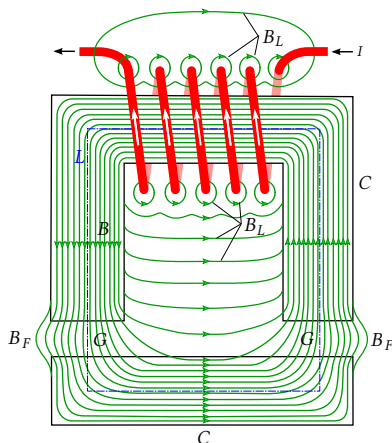
Herausforderung: Komplexe Magnetfelder

Direkter Ansatz wäre kompliziert: 3D-Feldberechnung, numerische Simulation (FEM)

Eindimensionale Lösung: der magnetische Kreis – eine *mathematische Analogie* zum elektrischen Stromkreis:

- Einfache Berechnungen wie bei Widerstandsnetzwerken
- Gute Näherung für viele praktische Fälle

Voraussetzung: magnetischer Fluss „fließt“ hauptsächlich durch ferromagnetisches Material



Grundidee

Elektrischer Kreis: Spannung treibt Strom durch Widerstand: $U = R \cdot I$

Magnetischer Kreis: Durchflutung treibt magnetischen Fluss durch magnetischen Widerstand:

$$\Theta = R_m \cdot \Phi$$

Wichtig: Diese Analogie ist *mathematisch*, nicht physikalisch – es „fließt“ nichts. Aber sie macht Magnetkreise so einfach berechenbar wie Widerstandsnetzwerke.

Herleitung des magnetischen Widerstands

Homogener Kreis (konstantes A , ein Material, Feld folgt dem Materialweg):

$$\Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot \ell$$

Mit $\Phi = B \cdot A$ und $B = \mu_0 \mu_r H$ folgt $H = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu_r A}$, also:

$$\Theta = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r A} \cdot \Phi \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Theta = R_m \cdot \Phi, \quad R_m = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r A}}$$

Das ist das „**Ohmsche Gesetz**“ des magnetischen Kreises!

$$[R_m] = \frac{\text{A}}{\text{Wb}} = \frac{1}{\text{H}} - \text{analog zu } R = \frac{\ell}{\sigma A}$$

Magnetischer Leitwert (Permeanz)

Analog zum elektrischen Leitwert $G = \frac{1}{R}$:

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = \frac{\mu_0 \mu_r A}{\ell}, \quad [\Lambda] = \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \text{H (Henry)}$$

Alternative Formulierung: $\Phi = \Lambda \cdot \Theta$

Große Permeabilität $\mu_r \rightarrow$ großer Leitwert $\rightarrow$ viel Fluss.

Zusammenfassung: Die Analogie

Elektrischer Kreis	Magnetischer Kreis
Spannung $U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$	Durchflutung $\Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$
Stromstärke $I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$	Magnetischer Fluss $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
Widerstand $R = \frac{\ell}{\sigma A}$	Mag. Widerstand $R_m = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r A}$
Leitwert $G = \frac{1}{R}$	Mag. Leitwert $\Lambda = \frac{1}{R_m}$
$U = R \cdot I$	$\Theta = R_m \cdot \Phi$

Reihen- und Parallelschaltung magnetischer Widerstände

Reihenschaltung (verschiedene Abschnitte im selben Flusspfad – Eisen, Luftspalt, ...):

$$R_{m, \text{ges}} = R_{m,1} + R_{m,2} + \dots$$

Der gleiche Fluss Φ durchfließt alle Abschnitte (wie der Strom in der Reihenschaltung).

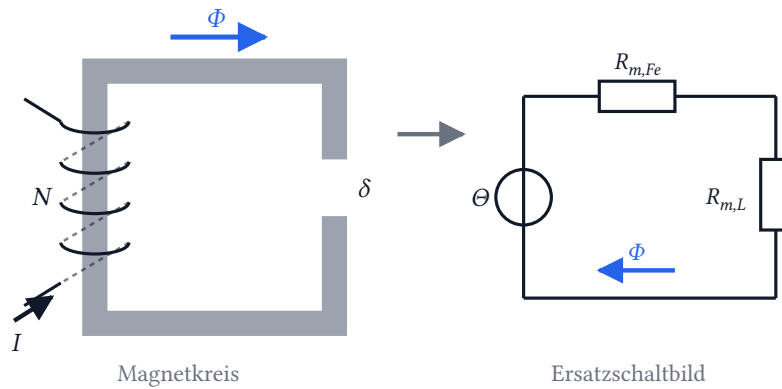
Parallelschaltung (der Fluss verzweigt sich auf mehrere Schenkel):

$$\frac{1}{R_{m, \text{ges}}} = \frac{1}{R_{m,1}} + \frac{1}{R_{m,2}} + \dots$$

Am Verzweigungspunkt gilt die „Knotenregel“: $\sum_k \Phi_k = 0$.

Vom Magnetkreis zum Ersatzschaltbild

Durchflutung $\Theta = NI$ wirkt wie eine Quelle, jeder Abschnitt wie ein Widerstand – **magnetische Ersatzschaltbilder zeichnet man wie Stromkreise**.



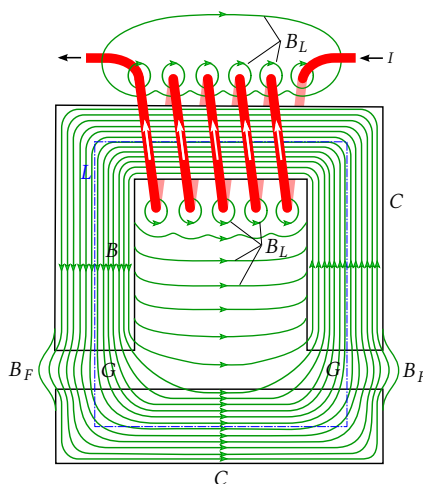
Praxisbeispiel: Elektromagnet mit Luftspalt

Typische Anwendung: Schaltschütz, Relais, Hubmagnet

Aufbau:

- Eisenkern mit Spule (N Windungen, Strom I)
- Luftspalt der Länge δ , Eisenweg ℓ_E , Querschnitt A

$$R_{m, \text{ges}} = \underbrace{\frac{\ell_E}{\mu_0 \mu_r A}}_{\text{Eisen}} + \underbrace{\frac{\delta}{\mu_0 A}}_{\text{Luftspalt}}, \quad \Phi = \frac{N \cdot I}{R_{m, \text{ges}}}$$



Die überraschende Dominanz des Luftspalts

Zahlenwerte (typisch): Eisenweg $\ell_E = 30 \text{ cm}$, $\mu_r = 2000$; Luftspalt $\delta = 1 \text{ mm}$

$$\frac{R_{m,L}}{R_{m,E}} = \frac{\delta \cdot \mu_r}{\ell_E} = \frac{0,001 \cdot 2000}{0,3} \approx 6,7$$

Der Luftspalt ist 7× wichtiger, obwohl er 300× kürzer ist!

Praktische Näherung für $\mu_r \gg 1$ und $\delta\mu_r \gg \ell_E$: Eisenwiderstand vernachlässigen, $R_{m, \text{ges}} \approx R_{m,L}$. In Aufgabenstellungen steht dafür oft kurz „ $\mu_r \rightarrow \infty$ “.

Kraft am Luftspalt

Ein Elektromagnet zieht ferromagnetisches Material an. Die Kraft pro Polfläche:

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2\mu_0}$$

- B : Flussdichte im Luftspalt, A : Polfläche
- Herleitung über die Energie des Magnetfelds → Kapitel 5
- ⚠ Ein U-Kern hat **zwei** Polflächen, also zwei Luftspalte: die Gesamtkraft ist $2 \cdot \frac{B^2 A}{2\mu_0}$ – pro Spalt muss daher nur die **halbe** Last getragen werden

Typische Aufgabe: Hubmagnet dimensionieren – von der geforderten Kraft rückwärts zu B , Φ und I .



Aufgabe 13: Elektromagnet dimensionieren

Ein Elektromagnet am Roboterarm soll Eisenblechtafeln ($F_g = 160 \text{ N}$) anheben. U-förmiger Kern, Querschnitt $A = 8 \text{ cm}^2$ pro Pol, Luftspalt $d = 0,5 \text{ mm}$ pro Pol (Verschmutzung), $\mu_r \rightarrow \infty$, $N = 1000$ Windungen. Hinweis: normierter Luftspalt (1 mm, 1 cm^2) hat $R_m = 8 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}$; $F = \frac{B^2 A}{2\mu_0}$ mit $\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

- Skizzieren Sie das magnetische Ersatzschaltbild. Wie groß ist $R_{m, \text{ges}}$ (zwei Luftspalte!)?
- Welche Kraft muss **pro Luftspalt** wirken? Welche Flussdichte B_{min} ist dafür nötig?
- Welcher Strom I stellt die notwendige Kraft sicher?
- Kann der Magnet auch Aluminiumplatten anheben? (Begründung!)

Unsere Basiseinheiten-Tabelle wächst

Elektrische Größe	Formelzeichen	Einheit	Basiseinheiten
Ladung	Q	C	$\text{A} \cdot \text{s}$
Spannung	U	V	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3}$
Kapazität	C	F	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$
Widerstand	R	Ω	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$
Magn. Flussdichte	B	T	$\frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$
Magn. Fluss	Φ	Wb	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$

Herleitung an der Tafel: $[B] = \frac{[F]}{[I] \cdot [l]}$, $[\Phi] = [B] \cdot [A]$

Zusammenfassung: Magnetismus

- Magnetfelder entstehen durch bewegte Ladungen; Feldlinien sind **immer geschlossen**
- Kräfte: $\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$ bzw. $F = I\ell B$; Rechte-Hand-Regel
- Durchflutungsgesetz: $\Theta = NI = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$; lange Spule: $H = NI/\ell$
- Materie: dia- ($\mu_r < 1$), para- ($\mu_r \gtrsim 1$), ferromagnetisch ($\mu_r \gg 1$, Hysterese!)
- **Magnetischer Kreis:** $\Theta = R_m \Phi$ mit $R_m = \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r A}$ – rechnen wie im Stromkreis
- Der Luftspalt dominiert; Kraft am Luftspalt: $F = \frac{B^2 A}{2\mu_0}$

Nächstes Kapitel: Elektromagnetische Induktion – wie aus Bewegung Spannung wird ⚡